

LAHENDUSED 8.klass

1. Vastus: Aega kulub 32,5 minutit.

Lahendus:

Kui nii 1 km kui ka 2 km kaugusele jõuaks kõndides kiiremini, siis 2 km kaugusele jõudmiseks kuluv aeg peaks olema kaks korda suurem. Kuna see aga antud andmetega nii ei ole, siis oletame, et 2 km kaugusele jõuab sõites kiiremini. Järelikult ka sellest kaugematesse punktidesse jõudmiseks saab sõites kiiremini.

Kuna 3 km kaugusele jõudmiseks kulus 17,5 minutit, siis ühe kilomeetri läbimiseks sõites kulub 2,5 minutit. Seega ootamisaeg on alati 10 minutit.

Järelikult 9 km kaugusele jõudmiseks kulub $10 + 9 \cdot 2,5 = 32,5$ minutit.

Hindamine:

Tähelepanek, et kui punkti X jõuab kiiremini sõites, siis ka igasse punkti, mis on X-st kaugemal jõuab sõites kiiremini:	1p
Näidatud, et 1 km ja 2 km kaugusele jõudmiseks, ei saa mõlemal juhul olla kiireimaks võimaluseks olla kõndimine:	1p
Tehtud järeldus/tähelepanek, et 2 km kaugusele jõuab sõites kiiremini:	1p
Leitud ühe km läbimiseks kuluv sõiduaeg:	1p
Leitud ooteaeg enne sõitu:	1p
Leitud 9 km kaugusele jõudmiseks kuluv vähim aeg:	<u>2p</u>
	7p

Ainult õige vastuse eest anda 2punkti.

2. Vastus: Viie arvu summa on 60.

Lahendus:

Olgu nende viie arvu summa x . Sel juhul kolmanda, neljanda ja viienda arvu summa on

$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{47x}{60}$, st moodustab antud arvude summast $\frac{47}{60}$. Kahe esimese arvu summa on

järelikult $x - \frac{47x}{60} = \frac{13x}{60}$. Ehk siis kahe esimese arvu summa 13 on $\frac{13x}{60}$. Seega peab x olema 60.

Hindamine:

Leitud kolmanda, neljanda ja viienda arvu summa: 2p

Leitud kui suure osa moodustab kahe esimese arvu summa kõigi antud arvude summast 3p

Leitud, et arvude summa peab olema 60: 2p

7p

Ainult õige vastuse eest anda 2 punkti

3. Vastus: $x = 13$.

Lahendus:

Et ühegi nurga suurus ei ole antud arvuliselt, siis tuleb leida nurkade vaheline seos, mille abil saame leida x väärtuse.

Näeme, et nurgad BPC , CPD , DPA ja APB moodustavad täispöörde.

Seega $\angle BPC + \angle CPD + \angle DPA + \angle APB = 360^\circ$.

Võrdhaarsest kolmnurgast ADP saame, et

$$\angle APD = \angle PAD = (180^\circ - \angle ADP) : 2 = (180^\circ - 2x^\circ) : 2.$$

Et kolmnurk CDP on ka võrdhaarne ja tipunurgaga $2x^\circ$, siis ka

$$\angle PCD = \angle CPD = (180^\circ - 2x^\circ) : 2.$$

Võrdhaarsest kolmnurgast ABP saame, et

$$\angle ABP = \angle APB = (180^\circ - \angle BAP) : 2 = (180^\circ - (x + 5)^\circ) : 2 = (175^\circ - x^\circ) : 2.$$

Järelikult

$$360^\circ = \angle BPC + \angle CPD + \angle DPA + \angle APB = (10x - 5)^\circ + 2 \cdot (180^\circ - 2x^\circ) : 2 + (175^\circ - x^\circ) : 2.$$

Siit võrdusest saame, et

$$360^\circ = (10x - 5)^\circ + 2 \cdot (180^\circ - 2x^\circ) : 2 + (175^\circ - x^\circ) : 2 = 10x^\circ - 5^\circ + 180^\circ - 2x^\circ + 87,5^\circ - \frac{x^\circ}{2} = 262,5^\circ + 7,5x^\circ$$

$$97,5^\circ = 7,5x^\circ, \text{ millest } x = 13.$$

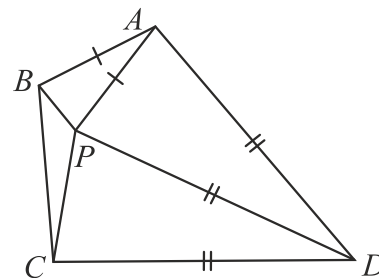
Hindamine:

Avaldatud võrdhaarse kolmnurga ADP , CPD ja BPA alusnurga suurus: a' 1p, kokku 3p

Leitud seos, mis võimaldab leida nurga x suurus: 2p

Leitud õigesti nurga x suurus: 2p

7p



Ainult õige vastuse eest anda 2 punkti.

4. Vastus: Lõikamata ehk terveid laudu oli põrandal 82.

Lahendus:

Esimeses reas on lauad pikkustega 1 m, 1 m ja 40 cm.

Teises reas on lauad pikkustega 60 cm, 1 m ja 80 cm

Kolmandas reas on lauad pikkustega 20 cm, 1 m, 1 m, ja 20 cm.

Neljandas reas on lauad pikkustega 80 cm, 1 m, 60 cm.

Viiendas reas on lauad pikkustega 40 cm, 1 m ja 1 m.

Kuna viiendast reast laua jääki ei jäänud, siis kuuendat rida tuleb alustada terve lauaga ja seega hakkab korduma sama, mis esimesest reast.

Põrandal on lauaridu kokku $12,75 \text{ m} : 25 \text{ cm} = 51 = 10 \cdot 5 + 1$.

Seega samasuguseid viisikuid nagu moodustub viiest esimesest lauast on seal 10 tükki ja lisaks veel üks rida, mis ühtib esimese reaga.

Viies esimeses reas on kokku 8 tervet lauda ja esimeses reas 2 tervet lauda. Põrandal on terveid laudu kokku $10 \cdot 8 + 2 = 82$.

Hindamine:

Leitud laudade pikkused viies esimeses reas:	2p
Tähelepanek, et tsükkel viiest esimesest lauast hakkab korduma:	1p
Leitud mitu sellist tsüklit on ja mitu rida veel lisaks mahutab kogu põrand:	2p
Leitud mitu tervet lauda on tsüklis:	1p
Leitud mitu tervet lauda on kokku:	1p
	7p

Kui õige vastus on leitud joonistades ja/või välja toodud kõikide laudade pikkused kõikides ridades, anda 7 punkti.

Kui on eksitud mitmest reast koosnev tsükkel hakkab korduma, kuigi viis esimest rida on õigesti ja edasi on ka lahenduskäik ideelt õige, siis anda kokku 5punkti.

5. Lahendus:

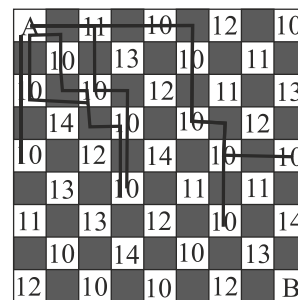
Kuna liikuda saab vaid kas alumisse või paremal olevasse ruutu, siis ruudust A ruutu B jõudmiseks tuleb läbida 7 valget arvudega ruutu ja 8 musta ruutu. Et iga must ruudu läbimisel tuleb liita 5 punkti, siis mustadest ruutudest saab kokku 40 punkti, seega valgetest ruutudest peab saama kokku $111 - 40 = 71$ punkti.

Kuna valgeid ruute on 7 ja sinna on kirjutatud kas 10, 11, 12, 13 või 14, siis mitterohkem kui ühes tohiks olla arv 11 ja ülejäänutes peaks olema arv 10.

1. variant: Et jõuda aga ruutu B, tuleb eelviimasena kindlasti läbida valge ruut, milles on kas arv 12, 13 või 14. Seega ei ole sellist teed võimalik leida.

2. variant. Alustades liikumist punktist A, tuleb siis läbida vaid valgeid ruute arvudega 10 ja 11 ning seejuures arvu 11 tohib läbida vaid korra.

Võimalused on antud joonisel (neist erinevad võimalused erinevad vaid läbitud mustades ruutude poolest, sest diagonaalis alla paremasse ruutu saab liikuda kas esmalt paremale ja siis alla või esmalt alla ja siis paremale). Näeme, et sellist teed antud ruudustikus ei leidu.



Hindamine:

1.variant:

Leitud, mitu valget ja mitu musta ruutu tuleb läbida:	2p
Leitud mustadest ruutudest saadav summa:	1p
Leitud punktide summa, mis tuleb saada valgetest ruutudest:	1p
Märgatud, et seda on võimalik saada vaid siis, kui läbitavates valgetest ruutudest kuues on 10 ja ühes on 11:	1p
Märgatud, et enne B-d tuleb läbida valge ruut arvuga 12, 13 või 14:	1p
Tehtud järeldus, et see ei ole võimalik:	1p
	7p

2.variant:

Leitud, mitu valget ja mitu musta ruutu tuleb läbida:	2p
Leitud mustadest ruutudest saadav summa:	1p
Leitud punktide summa, mis tuleb saada valgetest ruutudest:	1p
Märgatud, et seda on võimalik saada vaid siis, kui läbitavates valgetest ruutudest kuues on 10 ja ühes on 11:	1p
Näidatud joonisel või kirjeldatud liikumise võimalusi, kui hakata liikuma punktist A. Seejuures läbi vaadatud kõik võimalused (kui on mõni võimalustest puudu, anda 1p)	2p
	7p

Märkus: Kui on kohe algusest peale hakatud järjest teid välja joonistama, ja iga juurde kirjutama, et see ei sobi, siis peaks välja olema toodud kõik teed. Kui idee on kõik välja tuua ja välja toodud kuni 5 teed, siis anda 1 punkt.